

PROGRAMA DE DISCIPLINA

Disciplina: **Métodos Matemáticos Aplicados I**Código: GMA06090Ano: 2002Carga Horária Semanal Total 06Carga Horária Semestral 90Teórica 06 Prática 00Número de Créditos 06CONTEÚDO**1 Série de Fourier**

- 1.1 Construção da série de Fourier.
- 1.2 Série de Fourier em senos e em co-senos.
- 1.3 Série de Fourier na forma complexa.
- 1.4 Série de Fourier em duas e em três variáveis.
- 1.5 Diferenciação e integração termo a termo.
- 1.6 Convergência. Identidade de Parseval.
- 1.7 Aplicação no cálculo de séries numéricas.

2 Introdução às Equações Diferenciais Parciais (EDPs)

- 2.1 Conceitos fundamentais: Definições de EDP, ordem, grau, solução geral, solução particular, EDP homogênea e EDP linear. Condições iniciais e de fronteira. Princípio da superposição.
- 2.2 EDPs com solução geral simplesmente obtida.
- 2.3 EDPs da Física Matemática: equações da onda (corda vibrante, membrana, som), da difusão (calor e massa), de Laplace e de Helmholtz ().
- 2.4 Solução de D'Alembert para a equação da corda vibrante.

3 Aplicação da Transformada de Laplace na Resolução de EDPs**4 O Método de Separação de Variáveis para a Resolução de EDPs**

- 4.1 Equação do calor numa barra de extremos a 0°C ou isolados termicamente.
- 4.2 Equação da corda vibrante com extremos fixos ou deslizantes em hastes verticais sem atrito.
- 4.3 Equação do calor numa placa retangular com bordas a 0°C ou isoladas termicamente.
- 4.4 Equação da membrana vibrante em moldura retangular.

5 Série de Funções Ortogonais

- 5.1 Ortogonalidade entre funções e expansão em funções ortogonais.
- 5.2 Problema de Sturm-Liouville: definição, condições de fronteira que garantem a ortogonalidade entre as autofunções, série de Fourier generalizada.
- 5.3 Série de Fourier generalizada dupla e tripla.
- 5.4 Outras séries de Fourier trigonométricas e sua aplicação na resolução de EDPs.

6 Gradiente, Divergente e Laplaciano em Coordenadas Polares, Cilíndricas e Esféricas**7 Equações de Laplace e Helmholtz que se resolvem com Séries de Fourier Trigonométricas**

- 7.1 Existência e unicidade da solução da equação de Laplace satisfazendo a condição de fronteira de Dirichlet.
- 7.2 Equação de Laplace num disco. O núcleo de Poisson.
- 7.3 Equação de Laplace num retângulo.
- 7.4 Equação de Laplace num paralelepípedo.
- 7.5 A equação (de Helmholtz) num retângulo e num paralelepípedo sob condições de fronteira homogêneas (problemas de autovalor em λ).

8 A Série de Fourier-Bessel e sua Aplicação na Resolução de EDPs

- 8.1 Equação de Bessel e sua solução geral.
- 8.2 Equação de Bessel modificada e sua solução geral.
- 8.3 Conjuntos ortogonais de funções de Bessel para , sendo

- (condição homogênea de Dirichlet) ou (condição homogênea de Neumann).
- 8.4 Série de Fourier-Bessel.
 - 8.5 Equação do calor num cilindro infinito com sua superfície a 0°C ou isolada termicamente.
 - 8.6 Equação da membrana vibrante em moldura circular.
 - 8.7 A equação (de Helmholtz) num disco e num cilindro sob condições de fronteira homogêneas (problemas de autovalor em λ).
 - 8.8 Cálculo da temperatura estacionária num cilindro finito, sendo dados a temperatura ou o fluxo de calor na superfície.

9 A Série de Legendre e sua Aplicação na Resolução de EDPs

- 9.1 Equação de Legendre e sua solução geral.
- 9.2 Conjuntos ortogonais de polinômios de Legendre para ou .
- 9.3 Série de Legendre.
- 9.4 Cálculo da temperatura estacionária em esferas ou semi-esferas, sendo dados a temperatura ou o fluxo de calor na superfície com simetria azimutal.

10 Métodos de Homogeneização de Problemas de Calor e Onda em Uma Dimensão (com EDP ou Condições de Fronteira Não Homogêneas)

11 A Equação de Helmholtz e de Laplace em Coordenadas Esféricas

- 11.1 Separação ângulo-radial da equação de Helmholtz.
- 11.2 Polinômios de Legendre associados.
- 11.3 Harmônicos esféricos: definição, série e teorema da adição.
- 11.4 Funções de Bessel esféricas.
- 11.5 Solução geral das equações de Helmholtz e de Laplace sob condições de fronteira não homogêneas.
- 11.6 Cálculo da temperatura estacionária em esferas e semi-esferas, sendo dados a temperatura ou o fluxo de calor na superfície.
- 11.7 A equação (de Helmholtz) numa esfera sob condições de fronteira homogêneas (problema de autovalor em λ).

12 Equações do Calor e da Onda em Três Dimensões

- 12.1 No paralelepípedo.
- 12.2 No cilindro.
- 12.3 Na esfera.

13 Coordenadas Curvilíneas

- 13.1 A convenção de Einstein para a soma, o delta de Kronecker e a densidade tensorial de Levi-Civita: definição e aplicação nas expressões de determinantes, co-fatores de elementos de matrizes, matrizes inversas, produtos escalar e vetorial e as operações diferenciais grad, div, rot e lap.
- 13.2 Coordenadas e versores curvilíneos.
- 13.3 Elementos de comprimento de arco, de área e de volume.
- 13.4 Gradiente, divergente, rotacional e laplaciano.

Referências Bibliográficas:

- E. Butkov – Física Matemática, LTC Editora S.A.
- M. R. Spiegel – Análise de Fourier, Coleção Schaum, Ed. McGraw-Hill do Brasil Ltda.
- E. Kreyszig – Matemática Superior, Vol. 3, LTC Editora S.A.
- R. V. Churchill and J. W. Brown – Fourier Series and Boundary-Value Problems, McGraw-Hill Book Co.
- D. Kreider et al. – Introdução à Análise Linear, Ed. Ao Livro Técnico S.A.
- F. B. Hildebrand – Advanced Calculus for Applications, 2nd ed., Prentice-Hall.
- R. E. Williamson et al. – Cálculo de Funções Vetoriais, Vol. 2, LTC Editora S.A.
- F. W. Byron, Jr., and R. W. Fuller – Mathematics of Classical and Quantum Physics, Dover Publications
- M. R. Spiegel – Análise Vetorial, Coleção Schaum, Ed. McGraw-Hill do Brasil Ltda