UFF/CEG/EGM – Instituto de Matemática **GMA – Departamento de Matemática Aplicada**

PROGRAMA DE DISCIPLINA

Disciplina: **Métodos Matemáticos Aplicados I**

Código: GMA06090 Ano: 2007

Carga Horária Semanal Total	06	Carga Horária Semestral	90
Teórica 06	Prática 00	Número de Créditos	06

CONTEÚDO

1 Série de Fourier

1.1 Construção da série de Fourier.
1.2 Série de Fourier em senos e em co-senos.
1.3 Série de Fourier na forma complexa.
1.4 Série de Fourier em duas e em três variáveis.
1.5 Diferenciação e integração termo a termo.
1.6 Convergência. Identidade de Parseval.
1.7 Aplicação no cálculo de séries numéricas.

2 Introdução às Equações Diferenciais Parciais (EDPs)

2.1 Conceitos fundamentais: Definições de EDP, ordem, grau, solução geral, solução particular, EDP homogênea e EDP linear. Condições iniciais e de fronteira. Princípio da superposição.
2.2 EDPs com solução geral simplesmente obtida.
2.3 EDPs da Física Matemática: equações da onda (corda vibrante, membrana, som), da difusão (calor e massa), de Laplace e de Helmholtz ($\nabla^2\psi + \lambda\psi = 0$).
2.4 Solução de d'Alembert para a equação da corda vibrante.

3 Aplicação da Transformada de Laplace na Resolução de EDPs

4 O Método de Separação de Variáveis para a Resolução de EDPs

4.1 Equação do calor numa barra de extremos a 0° ou isolados termicamente.
4.2 Equação da corda vibrante com extremos fixos ou deslizantes em hastes verticais sem atrito.
4.3 Equação do calor numa placa retangular com bordas a 0° ou isoladas termicamente.
4.4 Equação da membrana vibrante em moldura retangular.

5 Série de Funções Ortogonais

5.1 Ortogonalidade entre funções e expansão em funções ortogonais.
5.2 Problema de Sturm-Liouville: definição, condições de fronteira que garantem a ortogonalidade entre as autofunções, série de Fourier generalizada.
5.3 Série de Fourier generalizada dupla e tripla.
5.4 Outras séries de Fourier trigonométricas e sua aplicação na resolução de EDPs.

6 Gradiente, Divergência e Laplaciano em Coordenadas Polares, Cilíndricas e Esféricas

7 Equações de Laplace e Helmholtz que se resolvem com Séries de Fourier Trigonométricas

7.1 Questões de existência e unicidade da solução da equação de Laplace sob a condição de fronteira de Dirichlet ou a de Neumann.
7.2 Equação de Laplace num disco. O núcleo de Poisson.
7.3 Equação de Laplace num retângulo.
7.4 Equação de Laplace num paralelepípedo.
7.5 A equação $\nabla^2\psi + \lambda\psi(x, y, z) = 0$ (de Helmholtz) num retângulo e num paralelepípedo sob condições de fronteira homogêneas (problemas de autovalor em λ).

8 A Série de Fourier-Bessel e sua Aplicação na Resolução de EDPs

- 8.1 Equação de Bessel e sua solução geral.
- 8.2 Equação de Bessel modificada e sua solução geral.
- 8.3 Conjuntos ortogonais de funções de Bessel $\mathrm{J}_\nu(\zeta_{\nu n}\, r/R)$ $(n = 1, 2, 3\ldots)$, sendo $\mathrm{J}_\nu(\zeta_{\nu n}) = 0$ (condição homogênea de Dirichlet) ou $\mathrm{J}'_\nu(\zeta_{\nu n}) = 0$ (condição homogênea de Neumann).
- 8.4 Série de Fourier-Bessel.
- 8.5 Equação do calor num cilindro com sua superfície a 0° ou isolada termicamente.
- 8.6 Equação da membrana vibrante em moldura circular.
- 8.7 A equação $\nabla^2\psi + \lambda\psi = 0$ (de Helmholtz) num disco e num cilindro sob condições de fronteira homogêneas (problemas de autovalor em λ).
- 8.8 Cálculo da temperatura estacionária num cilindro finito, sendo dados a temperatura ou o fluxo de calor na superfície.

9 A Série de Legendre e sua Aplicação na Resolução de EDPs

- 9.1 Equação de Legendre e sua solução geral.
- 9.2 Conjuntos ortogonais de polinômios de Legendre $\mathrm{P}_n(x)$ para $x \in [-1, 1]$ ou $x \in [0, 1]$.
- 9.3 Série de Legendre.
- 9.4 Cálculo da temperatura estacionária em esferas ou semi-esferas, sendo dados a temperatura ou o fluxo de calor na superfície com simetria azimutal.

10 A Equação de Helmholtz e de Laplace em Coordenadas Esféricas

- 10.1 Separação ângulo-radial da equação de Helmholtz.
- 10.2 Polinômios de Legendre associados.
- 10.3 Harmônicos esféricos: definição, série e teorema da adição.
- 10.4 Funções de Bessel esféricas.
- 10.5 Solução geral das equações de Helmholtz e de Laplace em série de harmônicos esféricos.
- 10.6 Cálculo da temperatura estacionária em esferas, sendo dados a temperatura ou o fluxo de calor na superfície.
- 10.7 A equação $\nabla^2\psi + \lambda\psi = 0$ (de Helmholtz) numa esfera sob condições de fronteira homogêneas (problemas de autovalor em λ).

11 Equações do Calor e da Onda em Três Dimensões e Métodos Elementares de Resolução de Problemas Não-Homogêneos

- 11.1 Equações do calor e da onda no paralelepípedo, no cilindro e na esfera.
- 11.2 Métodos de homogeneização de problemas unidimensionais de calor e onda (nos quais a interrupção da homogeneidade se dá na equação e/ou nas condições de fronteira).

12 Coordenadas Curvilíneas e a Convenção de Einstein para Somatórios

- 12.1 Coordenadas e versores curvilíneos.
- 12.2 Elementos de comprimento de arco, de área e de volume.
- 12.3 Gradiente, divergência, rotacional e laplaciano.
- 12.4 A convenção de Einstein para somatórios, o delta de Kronecker e o símbolo de Levi-Civita: definição e aplicação na expressão dos produtos escalar e vetorial, das operações diferenciais ∇, $\nabla\cdot$, $\nabla\times$, ∇^2 e combinações bem como no cálculo rudimentar com matrizes 3×3 (operações elementares, determinantes, co-fatores e inversão de matrizes).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- E. Butkov – Física Matemática, LTC Editora S.A, 1988.
- M. R. Spiegel – Análise de Fourier, Coleção Schaum, Ed. McGraw-Hill do Brasil Ltda.
- E. Kreyszig – Matemática Superior, Vol. 3, LTC Editora S.A., 1969.
- R.V.Churchill & J.W.Brown – Fourier Series and Boundary-Value Problems, 3rd. ed.,McGraw-Hill Book Co., 1978.
- D. Kreider et al. – Introdução à Análise Linear, Ed. Ao Livro Técnico S.A.
- F. B. Hildebrand – Advanced Calculus for Applications, 2nd ed., Prentice-Hall, 1976.
- R. E. Williamson et al. – Cálculo de Funções Vetoriais, Vol. 2, LTC Editora S.A., 1975.
- F. W. Byron, Jr., and R. W. Fuller – Mathematics of Classical and Quantum Physics, Dover Publications, 1992.
- M. R. Spiegel – Análise Vetorial, Coleção Schaum, Ed. McGraw-Hill do Brasil Ltda., 1977.