

## PROGRAMA DE DISCIPLINA

Disciplina: **Métodos Matemáticos Aplicados XI**Código: GMA06072Ano: 1999Carga Horária Semanal Total 06Carga Horária Semestral 90Teórica 06 Prática 00Número de Créditos 06CONTEÚDO**1. Série de Fourier**

- 1.1 Construção da Série de Fourier.
- 1.2 Série de Fourier em senos e em cossenos.
- 1.3 Série de Fourier na forma complexa.
- 1.4 Séries de Fourier em duas e em três variáveis.
- 1.5 Convergência.
- 1.6 Diferenciação e integração termo a termo.
- 1.7 Aplicação no cálculo de séries numéricas.

**2. Introdução às Equações Diferenciais Parciais (EDPs)**

- 2.1 Conceitos fundamentais. Definições: EDP, ordem, grau, solução geral e solução particular, EDP homogênea e EDP linear. Condições iniciais e de fronteira. Princípio da superposição.
- 2.2 EDPs com solução geral simplesmente obtida.
- 2.3 EDPs da Física Matemática: Onda (corda vibrante, membrana, som), Difusão (calor e massa), Laplace e Helmholtz ( $\nabla^2\psi + \lambda\psi = 0$ ).
- 2.4 Solução de D'Alembert para a equação da corda vibrante.

**3. O Método de Separação de Variáveis. EDPs que se resolvem com a Série de Fourier**

- 3.1 Equação do calor numa barra de extremos mantidos em  $0^\circ\text{C}$  ou isolados termicamente.
- 3.2 Equação da corda vibrante com extremos fixos ou deslizantes em hastes sem atrito.
- 3.3 Equação do calor numa placa retangular com bordas mantidas em  $0^\circ\text{C}$  ou isoladas termicamente.
- 3.4 Equação da membrana vibrante em moldura retangular.

**4. Equações de Helmholtz e de Laplace que se resolvem com a Série de Fourier**

- 4.1 Equação de Laplace num disco. O núcleo de Poisson.
- 4.2 Equação de Laplace num retângulo.
- 4.3 Equação de Laplace num paralelepípedo.
- 4.4 Equação de Helmholtz num paralelepípedo com condições de fronteira homogêneas ou não.

**5. Série de Funções Ortogonais**

- 5.1 Ortogonalidade de funções e expansão em funções ortogonais
- 5.2 Problema de Sturm-Liouville: definição, condições de fronteira que garantem a ortogonalidade das autofunções, série de Fourier generalizada.
- 5.3 Séries de Fourier generalizadas Dupla e tripla.

**6. Série de Fourier-Bessel e EDPs que se resolvem com ela**

6.1 Equação de Bessel e sua solução geral.

6.2 Equação modificada de Bessel e sua solução geral.

6.3 Conjuntos ortogonais de funções de Bessel  $J_\nu\left(\frac{\omega_{\nu n}x}{R}\right)$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) para  $x \in [0, R]$ , sendo  $J_\nu(\omega_{\nu n})=0$  (condição homogênea de Dirichlet) ou  $J'_\nu(\omega_{\nu n})=0$  (condição homogênea de Newmann).

6.4 Série de Fourier-Bessel.

6.5 Equação do calor num cilindro infinito com sua superfície mantida em  $0^\circ\text{C}$  ou isolada termicamente.

6.6 Membrana vibrante em moldura circular.

**7. Série de Legendre e EDPs que se resolvem com ela**

7.1 Equação de Legendre e sua solução geral.

7.2 Conjuntos ortogonais de polinômios de Legendre  $P_n(x)$  para  $x \in [-1, 1]$  ou  $x \in [0, +1]$ .

7.3 Série de Legendre.

7.4 Cálculo da temperatura estacionária em esferas ou semi-esferas, sendo dados a temperatura ou o fluxo de calor na superfície.

**8. A equação de Helmholtz e de Laplace em coordenadas esféricas**

8.1 Separação ângulo -radial da equação de Helmholtz.

8.2 Polinômios associados de Legendre.

8.3 Harmônicos esféricos.

8.4 Expansão em harmônicos esféricos. Teorema da Adição.

8.5 Funções esféricas de Bessel.

8.6 Solução geral das equações de Helmholtz e de Laplace.

**9. Equações de Laplace e de Helmholtz em três dimensões**

9.1 Condições de fronteira não-homogêneas, no paralelepípedo (resumo da seção 4.4), na esfera e no cilindro.

9.2 Condições de fronteira homogêneas (problemas de autovalor), no paralelepípedo (resumo da seção 4.4), na esfera e no cilindro.

**10. Equações do calor e da onda em três dimensões**

10.1 no paralelepípedo.

10.2 na esfera.

10.3 no cilindro.

**11. Problemas não-homogêneos (com EDP ou condições de fronteira não-homogênea) de Calor e Onda em uma dimensão**

11.1 Métodos de homogeneização.

11.2 Método da expansão em auto-funções.

11.3 Métodos baseados em transformadas integrais (e.g. Laplace e Fourier).

**Referências Bibliográficas:**

- D. Kneider et al. - Introdução à Análise Linear - Ed. Ao Livro Técnico S/A.
- E. Butkov - Mathematical Physics - Addison-Wesley.
- E. Kreyszig - Matemática Superior- Vol. 3, 2ªed.
- F. B. Hildebrand - Advanced Calculus for Applications, 2ª ed.
- M. R. Spiegel - Análise de Fourier, Coleção Schaumn.
- R. V. Churchill and J. W. Brown - Fourier Series and Boundary-Value Problems - McGraw-Hill Book Co.